

Лекція 1.

Імпульсні сигнали.

Мета лекції: вивчення типів та характеристик імпульсних сигналів, їх аналіз.

План лекції:

- 1.1 Вступ. Типи і форми імпульсних сигналів.
- 1.2 Характеристики імпульсних сигналів.
- 1.3 Параметри реального імпульсу.
- 1.4 Основні випробувальні сигнали.
- 1.5 Спектральний склад деяких імпульсів.
- 1.6 Контрольно-навчальний тест до лекції 1.

1.1 Вступ. Типи і форми імпульсних сигналів.

Предметом імпульсної електроніки є методи та засоби отримання, перетворення електричних імпульсів, а також перетворення та збереження цифрової інформації.

Імпульс – це вибірка частини безперервного фізичного сигналу протягом кінцевого часового інтервалу, наприклад, короткочасова послідовність струму або напруги.

За формою імпульси поділяються на дві групи: відеоімпульси, радіоімпульси.

Відеоімпульси отримують при комутації в колах постійного струму. Форма імпульсів може бути різною (рис. 1.1)

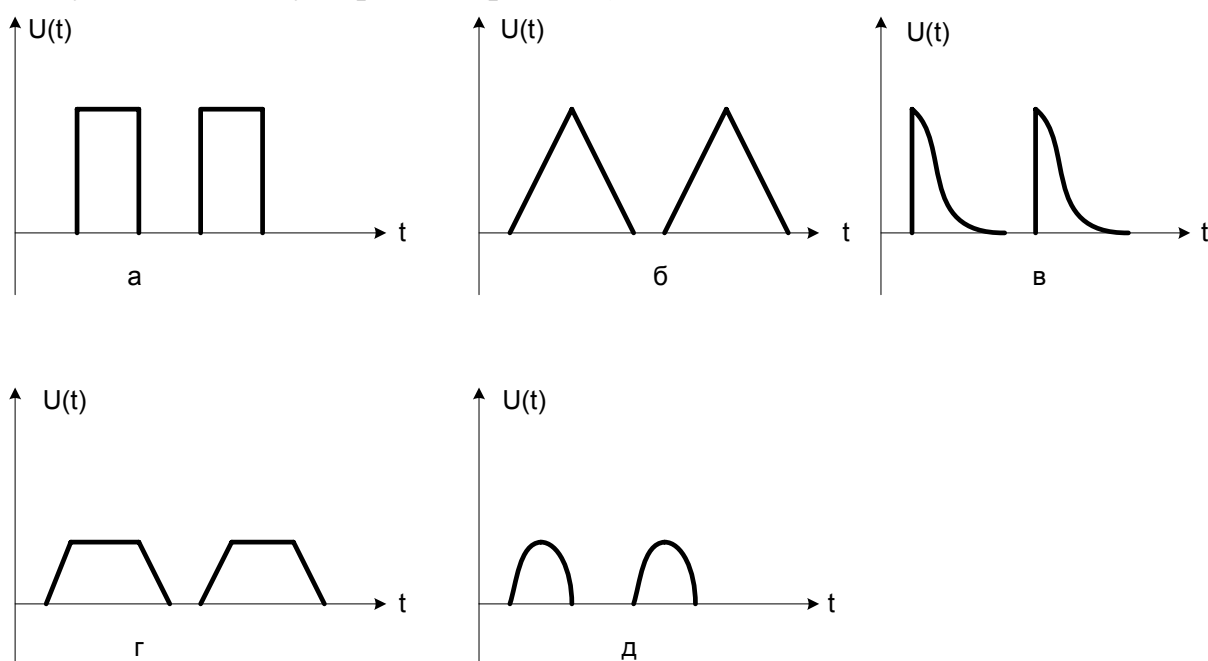


Рис. 1.1. Форми відеоімпульсів: прямокутна (а), трикутна (б), експоненціальна (в), трапецевидна (г), синусоїдальна (д) .

Радіоімпульс - це відео імпульс, що має високочастотне наповнення. Такі імпульси створюються при комутації кіл змінного струму. Форма таких імпульсів визначається огинаючою, такою ж як у відеоімпульсів, а наповнення може бути синусоїдальним, прямокутно-імпульсним і т.п. (рис. 1.2)

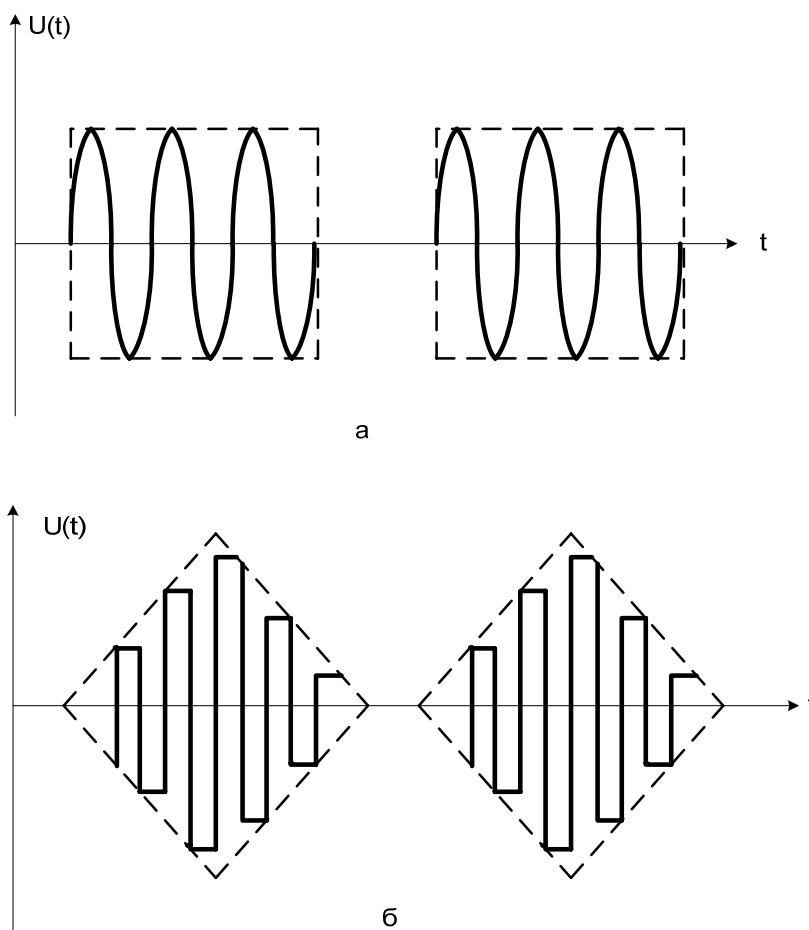


Рис. 1.2. Деякі форми радіоімпульсів: прямокутна із синусоїдальним наповненням (а), трикутна із прямокутно-імпульсним наповненням (б)

1.2 Характеристики імпульсних сигналів.

Імпульсний сигнал – це функція часу. Характеристики поділяються на дві групи: часові і електричні. Останні ще називаються характеристиками інтенсивності.

На рис. 1.3 зображено періодичну послідовність ідеальних прямокутних імпульсів, яку математично можна описати на інтервали часу $0 \div T$, як

$$U(t) = \begin{cases} U_A, & \text{для } 0 < t < t_i \\ 0, & \text{для } t_i < t < T \end{cases}$$

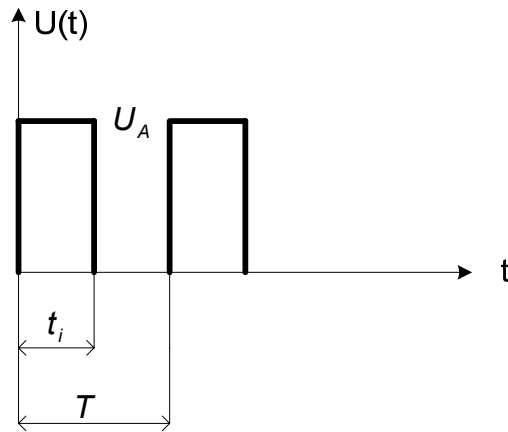


Рис. 1.3 Періодична послідовність прямокутних імпульсів

Часові характеристики таких імпульсів – це тривалість імпульсів t_i , період імпульсів T .

Якщо імпульси слідуєть один за одним через рівні проміжки часу (рис. 1.3), то кажуть про періодичну послідовність імпульсів з періодом T . Число імпульсів, що проходять протягом одної секунди називається частотою повторення імпульсів f . Частота повторення, обернена періоду повторення імпульсів:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Періодичну послідовність імпульсів також характеризують коефіцієнтами заповнення або щільністю. Коефіцієнт заповнення λ - це відношення тривалості імпульсу до періоду його повторення:

$$\lambda = \frac{t_i}{T}.$$

Щільність імпульсів Q - це відношення періоду імпульсу до його тривалості:

$$Q = \frac{T}{t_i}$$

Параметри, що характеризують електричну складову імпульсів, це перш за все амплітуда імпульсів, яка визначається як максимальне відхилення напруги $U(t)$ від початкового рівня. Для рис. 1.3 амплітуда імпульсів дорівнює U_A . Окрім того застосовують такі характеристики для періодичної послідовності імпульсів:

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt - \text{середнє значення напруги};$$

$$U_{сез} = \frac{1}{T} \int_0^T |U(t)| dt - \text{середньо - випрямлене значення напруги};$$

$$U_{\text{скз}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt} - \text{середньо - квадратичне значення імпульсу.}$$

Співвідношення між цими значеннями

$$U_A > U_{\text{скз}} > U_{\text{свз}} > U_{\text{ср}}$$

Коефіцієнт амплітуди $K_A = \frac{U_A}{U_{\text{скз}}}$ характеризує перевищення амплітуди

імпульсу над його енергією.

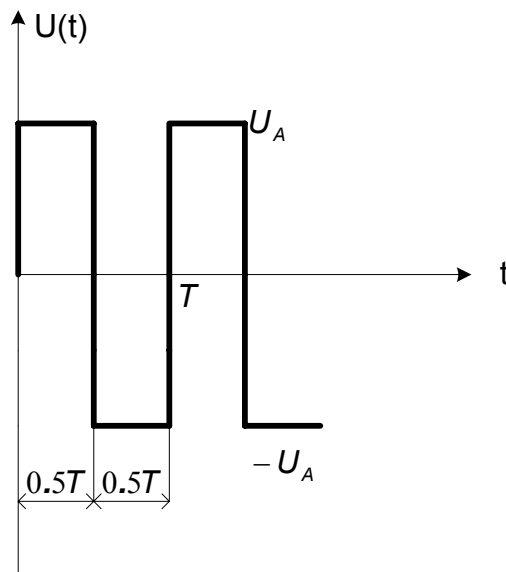
Для імпульсів рис. 1.3:

$$U_{\text{ср}} = U_{\text{свз}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_i} U_A dt = \frac{U_A \cdot t_i}{T}$$

$$U_{\text{скз}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{t_i} U_A^2 dt = \frac{U_A^2 \cdot t_i}{T}, \quad U_{\text{скз}} = U_A \sqrt{\frac{t_i}{T}} = U_A \sqrt{\lambda}$$

$$K_A = \frac{U_A}{U_{\text{скз}}} = \sqrt{\frac{T}{t_i}} = \sqrt{Q}.$$

Для імпульсів прямокутної форми типу “меандр” ($T = 2t_i$), рис. 1.4.



$$U_{\text{max}} = U_A,$$

$$U_{\text{свз}} = U_A,$$

$$U_{\text{ср}} = 0,$$

$$U_{\text{скз}} = U_A,$$

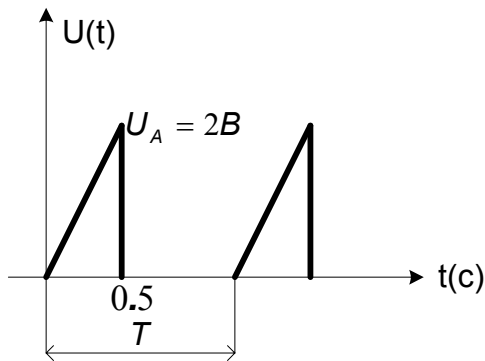
$$K_A = 1,$$

$$\lambda = 0.5,$$

$$Q = 2.$$

Рис. 1.4. Імпульси типу “меандр”

Для імпульсів лінійної форми.



$$U_{max} = U_A = 2B$$

$$U(t) = kt = 4t/T$$

$$U_{cp} = U_{свз} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} kt dt = \frac{k}{T} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{T/2} = \frac{4}{T \cdot T} \cdot \frac{T^2}{8} = \frac{1}{2} = 0.5(B)$$

$$U^2_{скз} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} U^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} k^2 t^2 dt = \frac{k^2}{T} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^{T/2} = \frac{k^2 \cdot T^3}{T \cdot 3 \cdot 8} = \frac{4^2 \cdot T^3 \cdot 1}{T^3 \cdot 24} = \frac{2}{3} (B^2)$$

$$U_{скз} = \sqrt{\frac{2}{3}} (B)$$

$$k_A = \frac{|U_{max}|}{U_{скз}} = \frac{2}{\sqrt{2/3}} = \sqrt{6}$$

$$\lambda = 0.5$$

$$Q = 2$$

Для періодичного сигналу синусоїдальної форми.

$$U(t) = U_a \sin(\omega t);$$

Максимальне значення: $U_{max} = U_a$

Середнє значення: $U_{свр} = 0$

Середньовипрямлене значення:

$$U_{свз} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_a \sin(\omega t) dt$$

Враховуючи, що період сигналу синусоїдальної форми $\omega t = 2\pi$, то

$$U_{свз} = \frac{2U_a \omega}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{\omega}{\omega} \sin(\omega t) d(t) = \frac{2U_a \omega}{2\pi \omega} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2U_a \omega}{2\pi \omega} [-(-1-1)] = \frac{2U_a}{\pi}, \text{ тобто}$$

$$U_{свз} = \frac{2U_a}{\pi}$$

Середньоквадратичне значення:

$$U^2_{скз} = \frac{1}{T} \int_0^T [U_a \sin(\omega t)]^2 dt$$

Враховуючи, що $\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha)$, а $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$, то

$[\text{Sin}(\omega t)]^2 = 1 - \text{Cos}(2\omega t) - [\text{Sin}(\omega t)]^2$, тобто $[\text{Sin}(\omega t)]^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{Cos}(2\omega t)$, тоді

$$U^2_{\text{скз}} = \frac{1}{T} \int_0^T U_a^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{Cos}(2\omega t) \right] dt = \frac{U_a^2}{T} \left[\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega} \int_0^T \text{Cos}(2\omega t) d(2\omega t) \right], \text{ але}$$

$$\int_0^T \text{Cos}(2\omega t) d(2\omega t) = \text{Sin}(z) \Big|_0^{2\pi} = 0, \text{ значить } U^2_{\text{скз}} = \frac{U_a^2}{2}, \text{ а}$$

$$U_{\text{скз}} = \frac{U_a}{\sqrt{2}}$$

1.3 Параметри реального імпульсу

Реальні імпульси при їх генерації і проходженні через різні електричні кола спотворюються (рис. 1.5.).

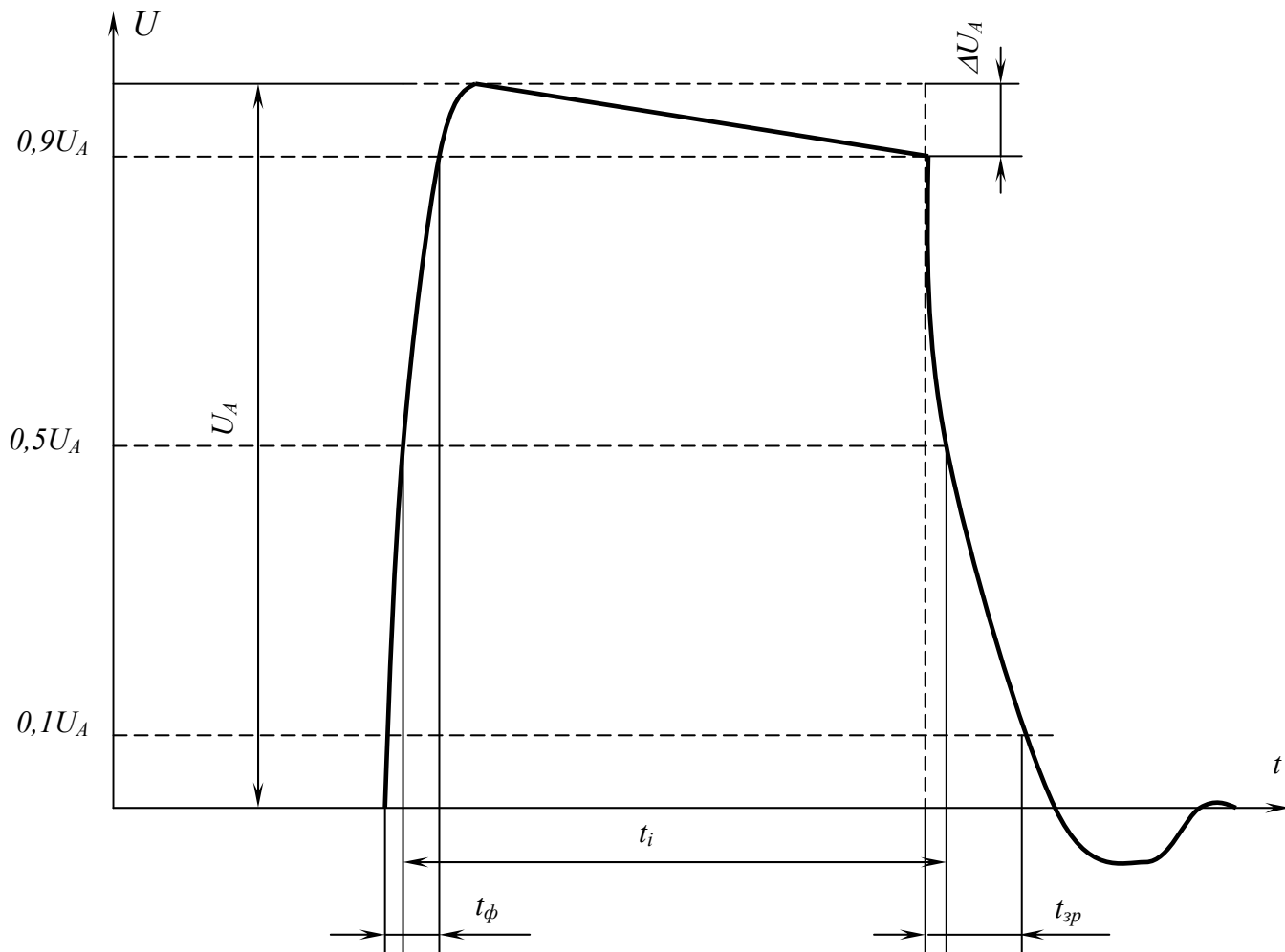


Рис. 1.5 Параметри реального імпульсу

Тривалість імпульсу t_i визначається на висоті $0,5$ від амплітудного значення U_A , фронт імпульсу визначається як відстань між вертикалями

проведеними з точок 0,1 і 0,9 амплітуди імпульсу. Так само визначається зріз імпульсу.

ΔU_A - характеризує скошування вершини імпульсу.

1.4 Основні випробувальні сигнали

При аналізі і синтезі різних засобів електронної техніки широко застосовуються випробувальні сигнали. Такі сигнали дозволяють вивчати поведінку таких засобів у статичному і динамічному режимах, робити певні розрахунки, узгоджувати засоби між собою, аналізувати відхилення параметрів від установлених норм і т.п.

Найбільш поширеним випробувальним сигналом є “стрибок” напруги (струму), що математично описується одиничною функцією.

$$1(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

Така функція іноді називається “функція включення”. Це нормована функція, перший випробувальний сигнал (рис. 1.6). “Стрибок” сигналу певної амплітуди A записують, як

$$A \cdot 1(t) = \begin{cases} A, & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

При зміщенні “стрибка” сигналу на час t_0 :

$$A \cdot 1(t - t_0) = \begin{cases} A, & \text{при } t \geq t_0 \\ 0, & \text{при } t < t_0 \end{cases}$$

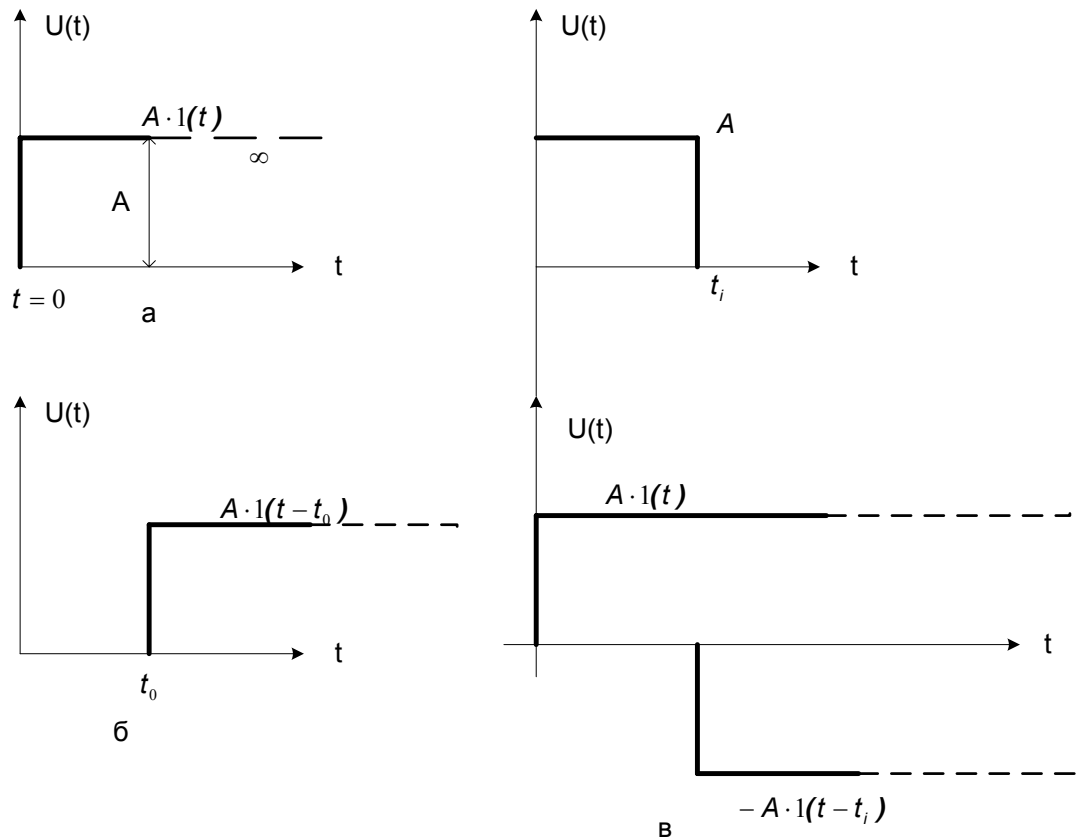


Рис. 1.6 Перший випробувальний сигнал (“стрибок” напруги): а - “стрибок” в момент $t=0$; б - “стрибок” в момент $t=t_0$; в - прямокутний ідеальний імпульс, як сума двох “стрибків” напруги.)

Прямокутний імпульс амплітудою A тепер можна представити сумою:

$$U(t_i) = A \cdot 1(t) - A \cdot 1(t - t_i)$$

Таким чином, аналізуючи реакцію досліджуваного об’єкта на два “стрибка” сигналу, можна визначити реакцію цього об’єкта на імпульс тривалістю t_i .

Другий випробувальний сигнал – це одиночний імпульс, або дельта-функція $\delta(t)$, по другому це ще функція Гіра.

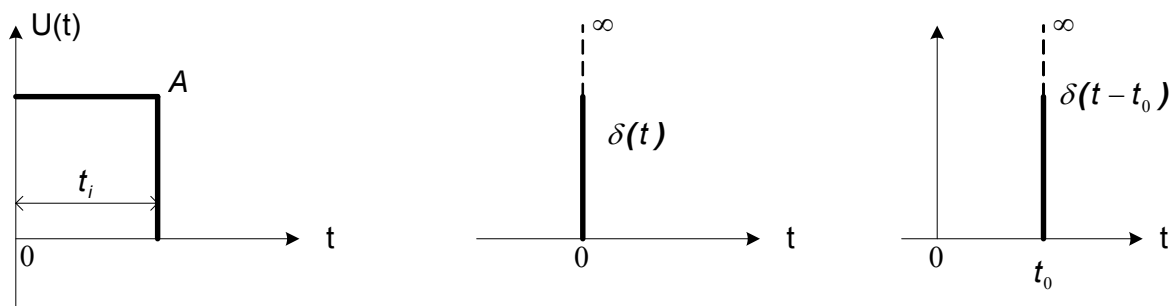


Рис. 1.7 Одиничний імпульс амплітуди A і його перетворення в дельта функцію.

Якщо взяти прямокутний імпульс одиничної (нормованої) площі $A \cdot t_i = 1$ (рис 1.7) і спрямувати $t_i \rightarrow 0$, то амплітуда A буде зростати до нескінченості, тоді отримуємо одиничний імпульс

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{при } t = 0 \\ 0, & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$$

Якщо ж імпульс з'являється в момент часу t_0 , то

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty, & \text{при } t = t_0 \\ 0, & \text{при } t \neq t_0 \end{cases}$$

Важливим є те, що $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$

Зв'язок між першим і другим випробувальними сигналами через похідну (рис. 1.8):

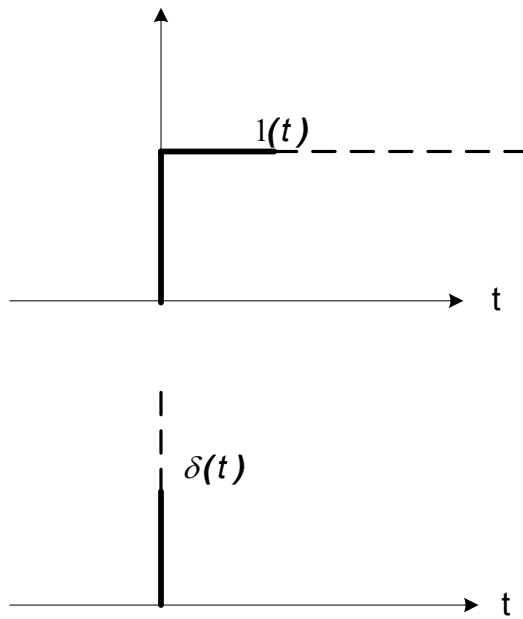


Рис. 1.8 Зв'язок між першим і другим випробувальними сигналами

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

Розглянемо дію цих двох сигналів на чотирьохполюсник (рис. 1.9)

Якщо подати “стрибок” $1(t)$ сигналу на чотирьохполюсник, то на його виході виникне перехідний процес. Цей процес описується перехідною функцією $h(t)$

Перехідна функція $h(t)$ це крива, що показує залежність вихідного сигналу чотирьохполюсника при дії одиночної функції на його вході. Для лінійного чотирьохполюсника $h(t)$ може бути аперіодичною, або коливною функцією (рис. 1.9).

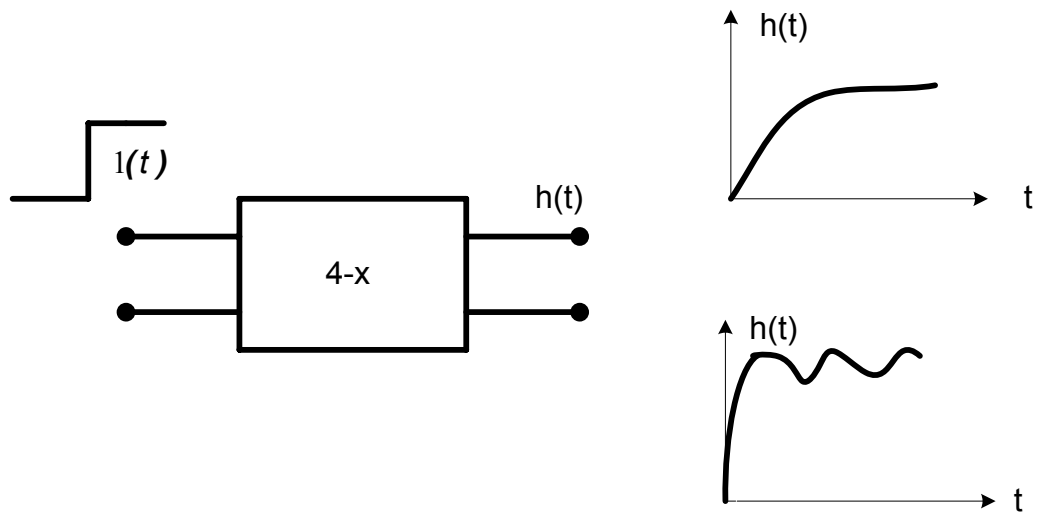


Рис. 1.9 Реакція лінійного чотирьохполосника на “стрибок” сигналу

Якщо на вході чотирьохполосника діє одиночний імпульс $\delta(t)$, то на виході з’являється реакція $g(t)$. Така реакція називається імпульсною характеристикою чотирьохполосника (рис. 1.10).

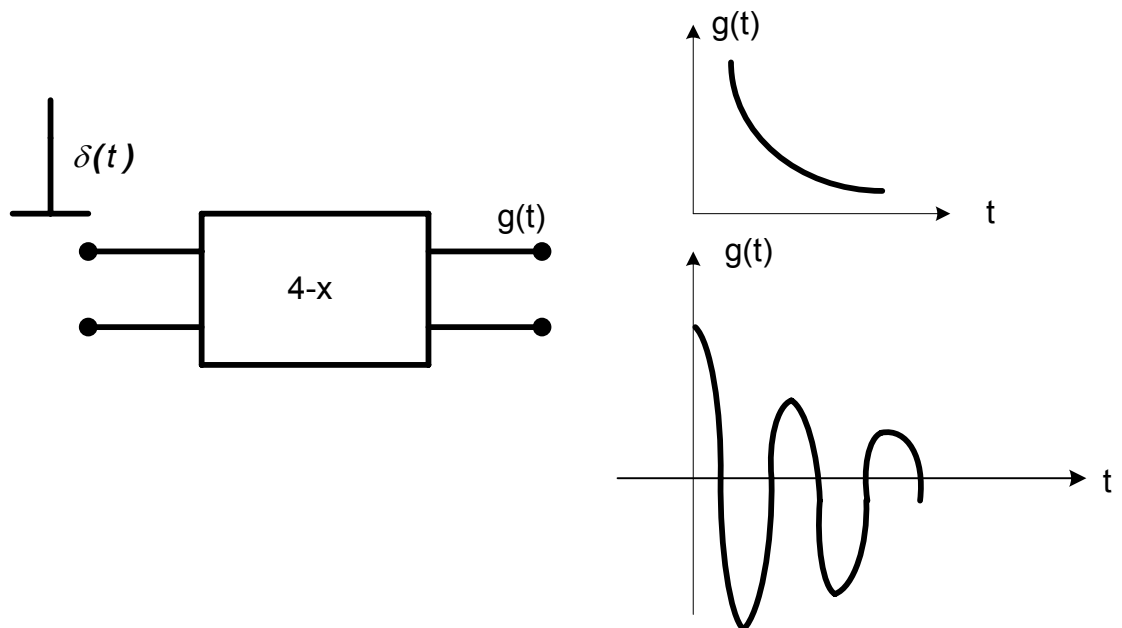


Рис. 1.10 Реакція лінійного чотирьохполосника на одиночний імпульс

Такі реакції, як $h(t)$ і $g(t)$, є типовими і часто приводяться в літературі для різних типів чотирьохполосників.

Зв’язок між перехідною і імпульсною характеристиками через похідну

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

або

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = h(t)$$

1.5 Спектральний склад деяких імпульсів.

Розглянемо прямокутний імпульс, центрований відносно початку часу (рис. 1.11)

$$U(t) = \begin{cases} A, & \text{при } |t| \leq t_i / 2 \\ 0, & \text{при } |t| \geq t_i / 2 \end{cases}$$

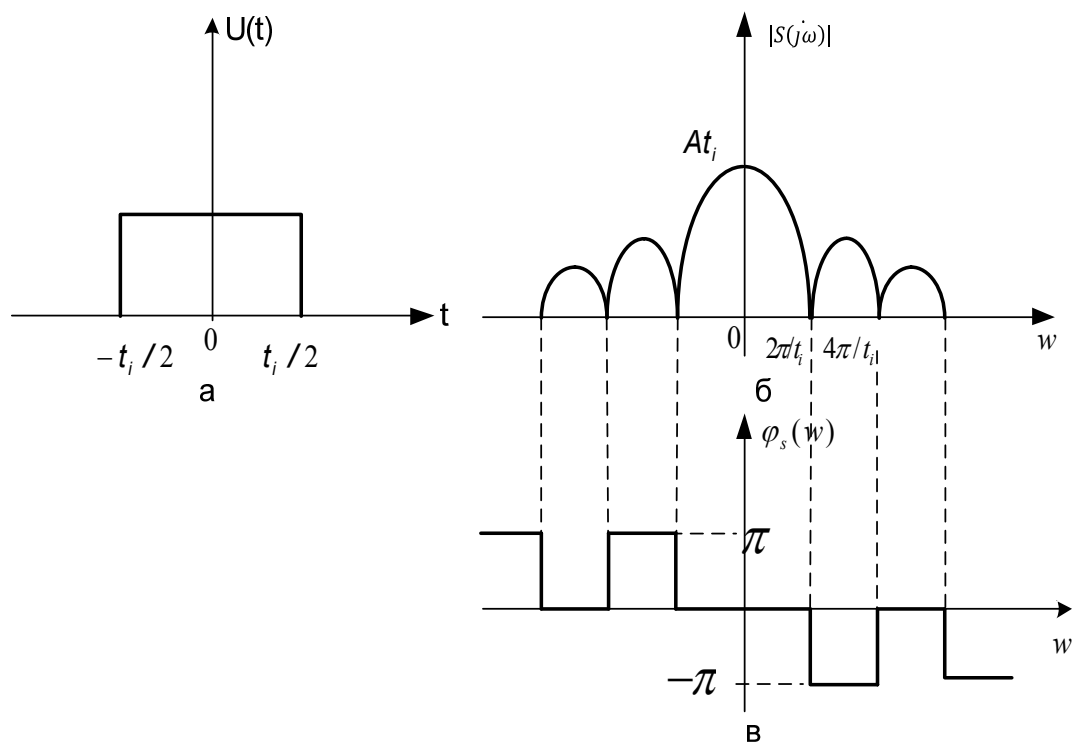


Рис. 1.11 Прямокутний імпульс $U(t)$ (а) та його амплітудний (б) і фазовий (в) спектри.

Для знаходження спектральної функції скористаємось інтегральним перетворенням Фур'є.

Враховуючи, що:

$$Z = r(\cos \varphi + j \sin \varphi) = r e^{j\varphi}, \text{ отже}$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

$$e^{-j\varphi} = \cos \varphi - j \sin \varphi$$

Виконуючи операцію суми та різниці отримаємо

$$\cos \varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j}$$

Тепер виконаємо перетворення Фур'є для прямокутного імпульса, який зображено на рис.1.11а.

$$\dot{S}(j\omega) = \int_{-t_i/2}^{t_i/2} A e^{-j\omega t} dt = -\frac{A}{j\omega} \cdot e^{-j\omega t} \Big|_{-t_i/2}^{t_i/2} = \frac{2A}{j\omega} \left(\frac{e^{j\omega t_i/2} - e^{-j\omega t_i/2}}{2} \right) = \frac{2A}{\omega} \cdot \sin\left(\frac{\omega t_i}{2}\right) = A \cdot t_i \cdot \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2}$$

Ми скористалися виразом для табличного інтеграла від експоненціальної функції $\int e^{\chi} d\chi = e^{\chi} + C$.

З кінцевого виразу видно, що отримана спектральна функція має тільки дійсну складову, тобто

$$\dot{S}(j\omega) = \text{Re}[\dot{S}(j\omega)] + j \text{Im}[\dot{S}(j\omega)] = a + jb = A \cdot t_i \cdot \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2} + j0$$

Тепер можна написати вираз для амплітудного спектра нашого імпульса

$$\left| \dot{S}(j\omega) \right| = s(\omega) = \sqrt{a^2 + b^2} = A \cdot t_i \cdot \left| \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2} \right|$$

Графік амплітудного спектра зображено на рис.1.11б.

Для фазового спектра

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) = \text{arctg}\left(\frac{0}{A \cdot t_i \cdot \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2}}\right)$$

З останнього виразу видно, що початкова фаза всіх спектральних складових буде мати лише два дискретних значення, а саме 0, якщо $\sin(\omega t_i / 2) > 0$ або π , якщо $\sin(\omega t_i / 2) < 0$.

Графік фазового спектра зображено на рис.1.11в.

Амплітудний спектр має пелюстковий характер і ширина пелюстків дорівнює $\frac{2\pi}{t_i}$, тобто обернено пропорційно тривалості імпульсу. Значення

спектральної функції на нульовій частоті дорівнює площі імпульса $A \cdot t_i$.

Розглянемо як зміниться спектр, якщо імпульс (рис 1.11 а) зсунути вправо на t_0 .

Виконаємо перетворення Фур'є і побудуємо відповідні графіки.

$$\begin{aligned} \dot{S}(j\omega) &= \int_{t_0-t_i/2}^{t_0+t_i/2} A \cdot e^{-j\omega t} dt = -\frac{A}{j\omega} \int_{t_0-t_i/2}^{t_0+t_i/2} e^{-j\omega t} dj\omega t = -\frac{A}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{t_0-t_i/2}^{t_0+t_i/2} = \\ &= -\frac{A}{j\omega} (e^{-j\omega(t_0+t_i/2)} - e^{-j\omega(t_0-t_i/2)}) = \frac{A}{j\omega} e^{-j\omega t_0} (e^{-j\omega t_i/2} - e^{j\omega t_i/2}) \end{aligned}$$

Враховуючи попередні вирази отримаємо спектр імпульса зі зсувом

$$\dot{S}(j\omega) = A \cdot t_i \cdot \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2} \cdot e^{-j\omega t_0}$$

$$\left| \dot{S}(j\omega) \right| = s(\omega) = A \cdot t_i \cdot \left| \frac{\sin(\omega t_i / 2)}{\omega t_i / 2} \right|$$

$$\varphi(\omega) = -\omega t_0$$

Із формули і графіків рис. 1.12 видно, що після зсуву імпульса на час t_0 його амплітудний спектр залишається попереднім, а фазовий зсув гармонік є лінійно залежним від частоти, наприклад для $t_0 = t_i / 2$.

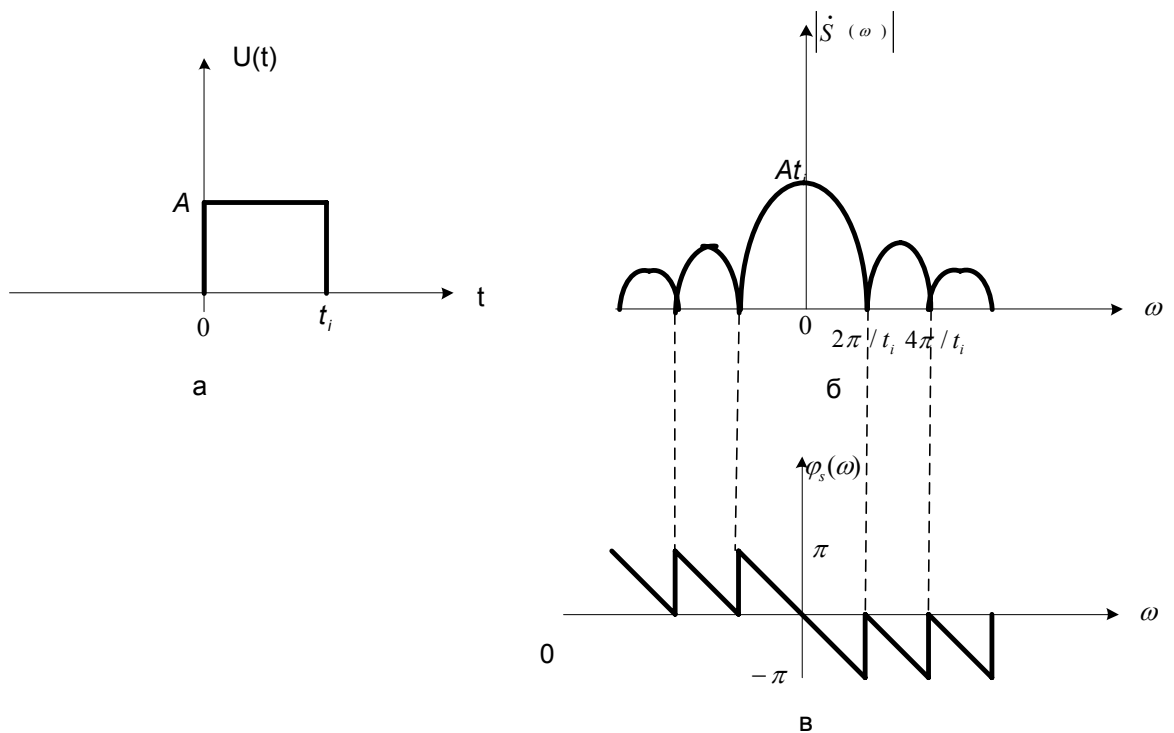


Рис. 1.12 Затриманий імпульс $U(t)$ (а) та його амплітудний (б) і фазовий (в) спектри.

Теоретично, спектр таких сигналів простягається до нескінченності і поступово згасає.

Розглянемо спектр “стрибка” напруги.

Для цього представимо $A \cdot 1(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \Big|_{\alpha \rightarrow 0}$, тоді

$$\dot{S}(j\omega) = \int_0^{\infty} A \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{-1}{\alpha + j\omega} e^{t(\alpha + j\omega)} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha + j\omega} \Big|_{\alpha \rightarrow 0} = \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{\omega} \cdot e^{-j\pi/2}$$

Амплітудний спектр

$$\left| \dot{S}(j\omega) \right| = s(\omega) = \frac{1}{\omega}$$

Фазовий спектр

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$

$$\dot{S}(j\omega) = \frac{1}{\omega} \cdot e^{-j\pi/2}$$

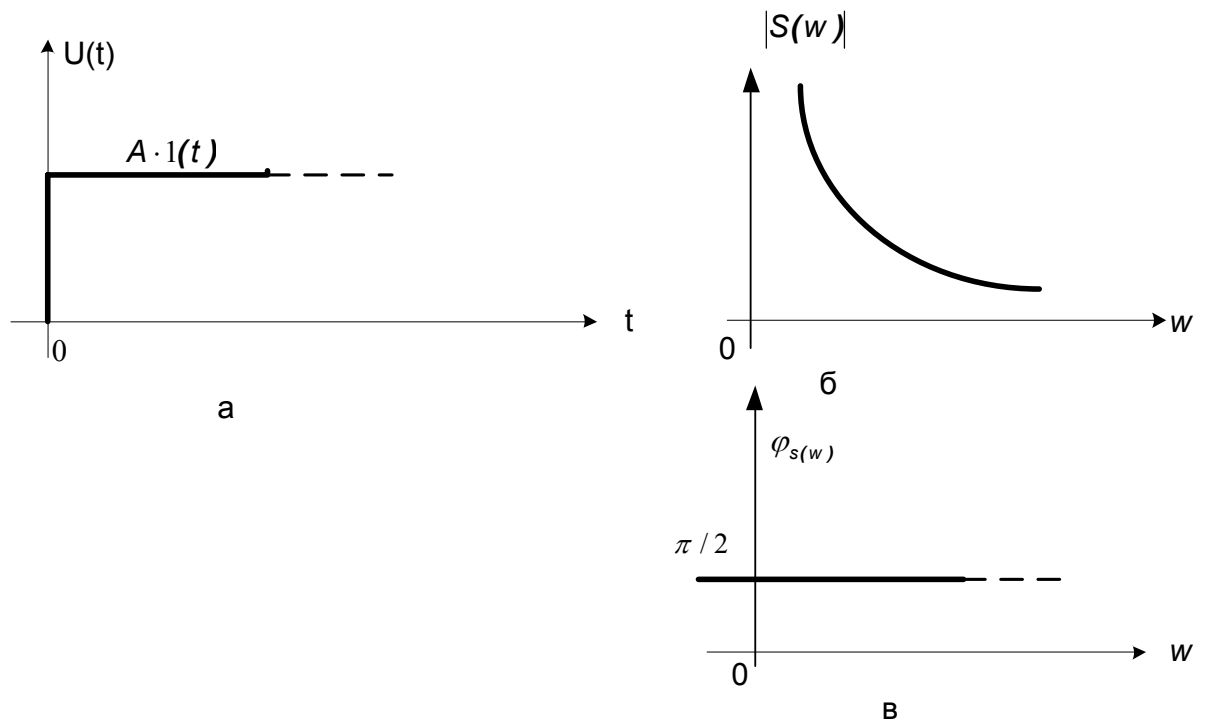


Рис. 1.13 “Стрибок” напруги U(t) (а) та його амплітудний (б) і фазовий (в) спектри.

Розглянемо спектр сигналу, що описується $\delta(t)$ - функцією. Враховуючи фільтруючу властивість $\delta(t)$ - функції, а саме що

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0)$$

ТОМУ

$$\dot{S}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t} \Big|_{t=0} = 1$$

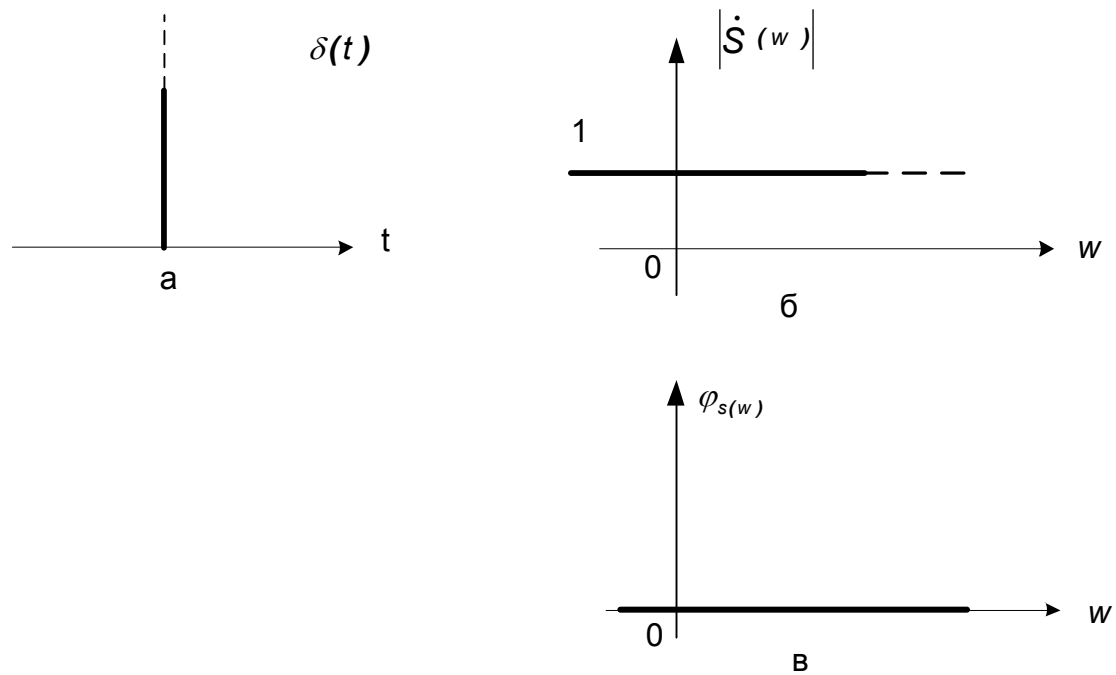


Рис. 1.14 Дельта функція (а) та її амплітудний (б) і фазовий (в) спектри.

Із аналізу цих чотирьох імпульсів випливає, що вони мають суцільний і широкий спектр частот від 0 до ∞ , огинаючи цих спектрів мають різний характер.

1.6 Контрольно-навчальний тест до лекції 1.

Питання 1.1

Чим відрізняється радіоімпульс від відеоімпульса?

Питання 1.2

Що таке “щільність імпульсу”.

Вибір правильної відповіді

- 1- частотою;
- 2- амплітудою;
- 3- високочастотним наповненням;

Вибір правильної відповіді

- 1- відношення інтервалу між імпульсами до тривалості самих імпульсів;
- 2- відношення періоду до частоти сигналу;
- 3- відношення амплітуд позитивної і негативної частини імпульсу;

Питання 1.3

Які математичні операції необхідно виконати для знаходження середнього значення періодичного сигналу?

Вибір правильної відповіді

- 1- інтегрування за певний час;
- 2- інтегрування і усереднення за період сигналу;

Питання 1.4

Які операції і в якому порядку необхідно виконати для знаходження середньоквадратичного значення періодичного сигналу?

Вибір правильної відповіді

- 1- усереднення, інтегрування, квадратування;
- 2- квадратування, усереднення, інтегрування, корнедобування;
- 3- квадратування, інтегрування, усереднення, корнеквадратування;

Питання 1.5

Що таке “коефіцієнт амплітуди”?

Вибір правильної відповіді

- 1- відношення амплітуди імпульсу до його середнього значення
- 2- відношення амплітуди імпульсу до його середньоквадратичного значення

Питання 1.6

Імпульс рис. 1.3 має амплітуду $10V$, $t_i = 0.5T$. Чому дорівнює коефіцієнт амплітуди?

Вибір правильної відповіді

- 1- $\sqrt{2}$
- 2- $\sqrt{3}$
- 3- 2

Питання 1.7

На якій висоті відраховується тривалість імпульсу?

Вибір правильної відповіді

- 1- $0.1U_A$
- 2- $0.5U_A$
- 3- $0.9U_A$

Питання 1.8

Ідеальний прямокутний імпульс напруги можна представити:

Вибір правильної відповіді

- 1- сумою двох “стрибків” напруги;

Питання 1.9

Чому дорівнює площа нормованої дельта функції?

Питання 1.10

Який існує зв'язок між першим та другим випробувальними сигналами?

Питання 1.11

Що таке $h(t)$?

Питання 1.12

Що таке $g(t)$?

Питання 1.13

Який існує зв'язок між перехідною $h(t)$ і імпульсною $g(t)$ характеристиками?

Питання 1.14

2- напругою постійного струму
Вибір правильної відповіді

- 1- нескінченності
- 2- нулю
- 3- одиниці

Вибір правильної відповіді

- 1- як обернені функції одна до другої
- 2- через похідну
- 3- спектральний зв'язок

Вибір правильної відповіді

- 1- похідна від вхідного сигналу чотирьохполюсника
- 2- перехідна функція, тобто залежність вихідного сигналу чотирьохполюсника при "стрибку" вхідного сигналу

Вибір правильної відповіді

- 1- реакція лінійного чотирьохполюсника на одиночний імпульс на його вході
- 2- інтеграл від вхідного сигналу чотирьохполюсника

Вибір правильної відповіді

- 1- це взаємно обернені функції
- 2- через похідну

Вибір правильної відповіді

Як змінюється спектр одиночного імпульсу від частоти?

- 1- за гіперболічною залежністю
- 2- за законом $\sin(x)/x$
- 3- за синусоїдальним законом

Питання 1.15

За яким законом від частоти змінюється спектр “стрибка” напруги?

Вибір правильної відповіді

- 1- за корнеквадратичним
- 2- за гіперболічним
- 3- не змінюється

Питання 1.16

Охарактеризуйте спектр $\delta(t)$ -функції:

Вибір правильної відповіді

- 1- широкий до високих частот
- 2- змінюється за лінійним законом від низьких частот до ∞
- 3- широкий і рівномірний спектр у діапазоні частот $0 \rightarrow \infty$, фаза всіх гармонік нульова