

Лекція 2.

Інтегруючі кола імпульсної електроніки.

Мета лекції: вивчення типів інтеграторів, їх характеристик.

План лекції:

- 2.1 Вступ. Типи інтеграторів.
- 2.2 RC- коло як інтегратор сигналів.
- 2.3 Інтегрування одиночного імпульсу.
- 2.4 Вплив зовнішніх елементів на операції інтегрування.
- 2.5 Підвищення точності інтегрування.
- 2.6. Додаток. Довідкова таблиця математичних перетворень.
- 2.7. Контрольно-навчальний тест до лекції 2.**

2.1 Вступ. Типи інтеграторів.

Інтегруючим колом називається чотириполюсник, сигнал на виході якого пропорційний інтегралу від вхідного сигналу.

$$U_{\text{вих}} = \int_0^{t_{\text{инт}}} U_{\text{вх}}(t) dt \quad (2.1)$$

Електричні інтегратори можна поділити на такі групи:

- електромеханічні;
- електрохімічні;
- електронні.

До електромеханічних інтеграторів можна віднести будь-який електричний двигун зважаючи на те, що кут α повороту пропорційний часу дії вхідної напруги $U_{\text{вх}}$ (рис. 2.1)

$$\alpha = \int_0^{t_{\text{инт}}} U_{\text{вх}} dt = U_{\text{вх}} t \Big|_0^{t_{\text{инт}}} = U_{\text{вх}} t_{\text{инт}} \quad (2.2)$$

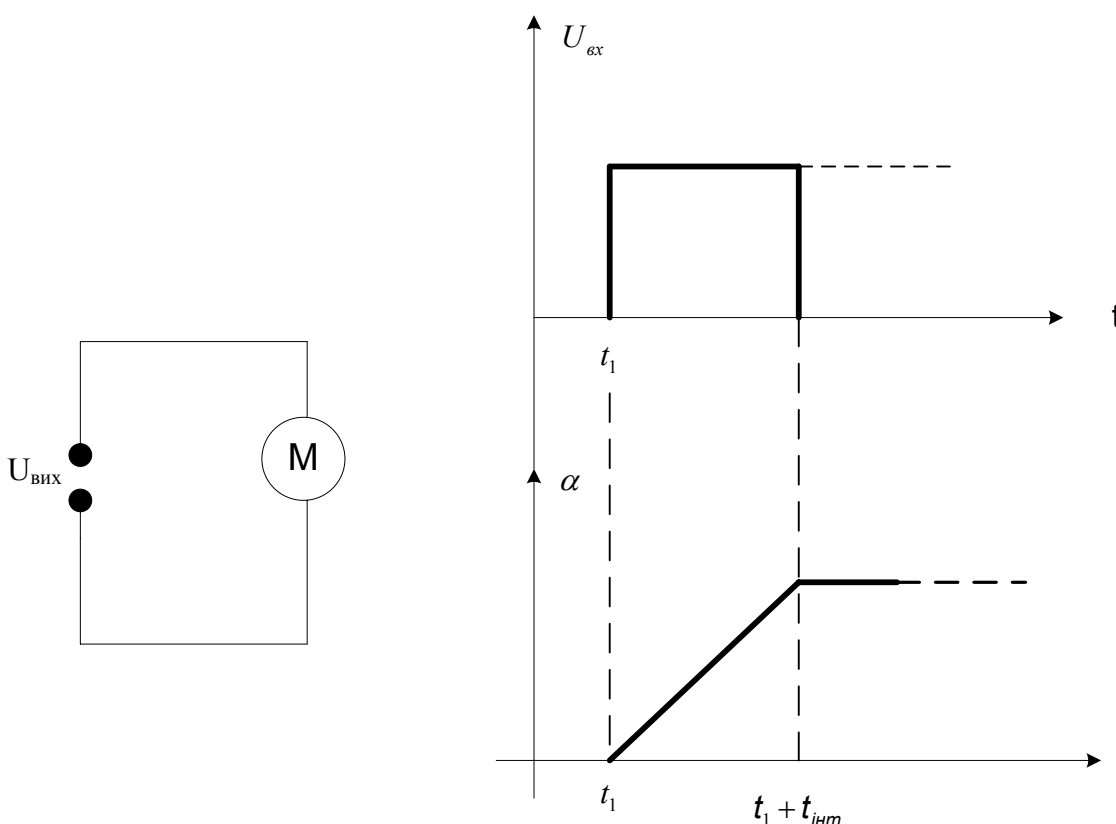


Рисунок 2.1 - Електромеханічний інтегратор

Яскравим і довговічним представником електромеханічних інтеграторів є індукційний лічильник енергії, який достатньо точно інтегрує потужність в колі споживання і надійно запам'ятовує спожиту енергію навіть при відключенні електрики.

Представником електрохімічних інтеграторів можна вважати ртутно-капілярний інтегратор, у якому використовується гальванічний ефект переносу ртуті на катод, при проходженні постійного струму через скляний капіляр (рис. 2.2). При цьому лінія розділу (йодиста ртуть) між анодом і катодом поступово зміщується вправо. Таким чином положення лінії розділу залежить від струму, що проходить через капіляр, і часу протікання цього струму. Такі інтегратори мають малі розміри і використовуються для визначення часу роботи вимірювальних приладів або інших пристроїв.

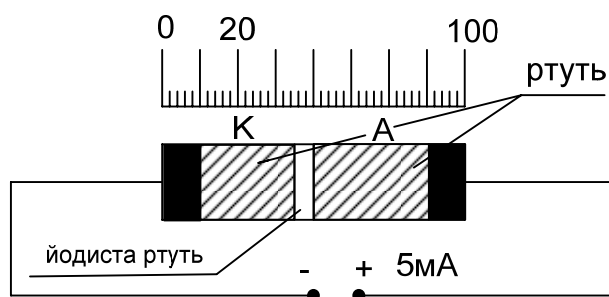


Рисунок 2.2 - Електрохімічний інтегратор.

Більше розповсюдження мають електронні інтегратори. Вони застосовуються в схемах генерування пилоподібної напруги, селекції імпульсів за тривалістю, для формування тривалих імпульсів із коротких, у реле часу і т.п.

Простим і найбільш вживаним є інтегратор з використанням RC - кола. Розглянемо його.

2.2 RC - коло як інтегратор сигналів

Ідеальний інтегратор струму – конденсатор без втрат (рис. 2.3). Якщо вхідною величиною є напруга, то ввімкнувши послідовно з конденсатором резистор досить великої величини можна перетворити напругу в струм і одержати інтегратор напруги (рис. 2.4).

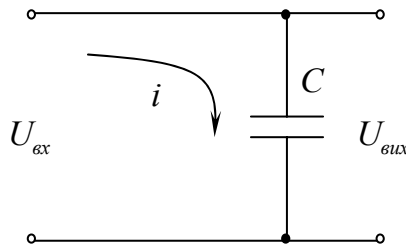


Рисунок 2.3 - Ідеальний інтегратор струму

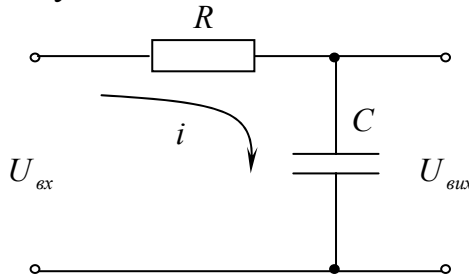


Рисунок 2.4 - Інтегратор напруги.

При цьому струм

$$i = \frac{U_{\text{вх}} - U_c}{R}, \quad (2.3)$$

де $U_c = U_{\text{вих}}$, практично залежатиме тільки від напруги $U_{\text{вх}}$ при $U_{\text{вх}} \gg U_{\text{вих}}$:

$$U_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{1}{RC} \int_0^t (U_{\text{вх}} - U_{\text{вих}}) dt \approx \frac{1}{RC} \int_0^t U_{\text{вх}} dt \quad (2.4)$$

Ступінь наближення реального вихідного сигналу до істинного інтегрального значення вхідної напруги залежить від співвідношення $|U_{\text{вх}}| \gg |U_{\text{вих}}|$. Тому для мінімальної похибки інтегрування необхідно, щоб стала часу RC кола була досить великою.

Розглянемо реакцію RC - кола (рис. 2.4) і інтегратора на “стрибок” вхідної напруги і порівняємо їх.

Із виразу (2.4) при $U_{\text{вх}} = \text{const}$ починаючи з $t = 0$

$$U_{\text{вих1}}(t) = \frac{U_{\text{вх}}}{RC} \int_0^{t_{\text{инт}}} dt = \frac{U_{\text{вх}}}{RC} \cdot t_{\text{инт}} = U_{\text{вх}} \cdot \frac{t_{\text{инт}}}{\tau} \quad (2.5)$$

Тобто маємо лінійно зростаючу напругу.

У реальній RC - схеми

$$U_{\text{вих2}}(t) = U_{\text{вх}} (1 - e^{-t_{\text{инт}}/\tau}),$$

Тобто маємо експоненційну зміну вихідної напруги (рис. 2.5).

Похибки інтегрування

$$\gamma_{\text{инт}} = \frac{U_{\text{вих2}} - U_{\text{вих1}}}{U_{\text{вих1}}} = \frac{U_{\text{вх}} (1 - e^{-t_{\text{инт}}/\tau}) - U_{\text{вх}} \cdot \frac{t_{\text{инт}}}{\tau}}{U_{\text{вх}} \cdot \frac{t_{\text{инт}}}{\tau}}$$

Розкладаючи експоненту в ряд, маємо

$$\gamma_{i_{инт}} = \frac{1 - 1 + \frac{t_{инт}}{\tau} - \frac{t_{инт}^2}{2\tau^2} - \frac{t_{инт}}{\tau}}{t_{инт}/\tau} \approx -\frac{t_{инт}}{2\tau} \quad (2.6)$$

$\gamma_{i_{инт}} \% \approx -50t_{инт} / \tau$, де $\tau = RC$.

Таким чином для зменшення похибки інтегрування треба збільшувати τ і зменшувати час інтегрування

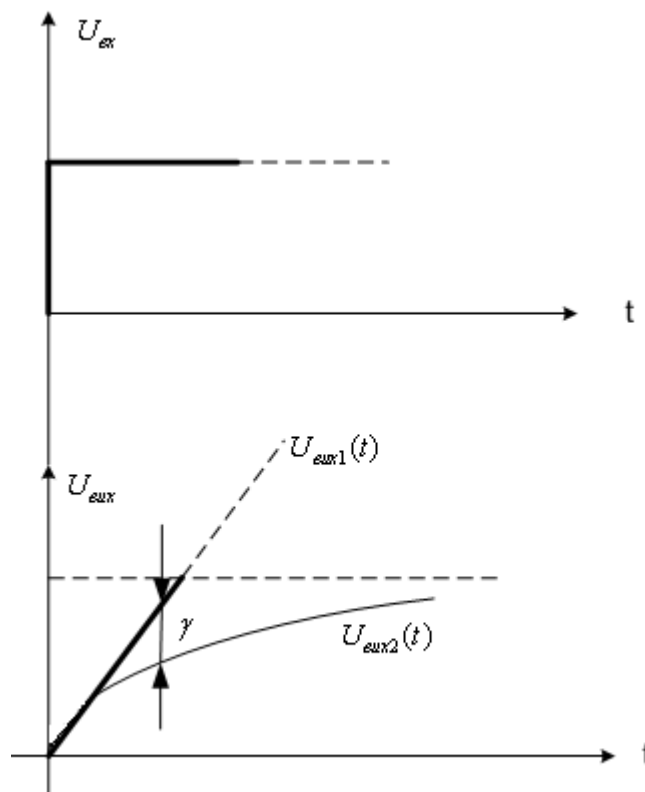


Рисунок 2.5 - Реакція RC – кола і ідеального інтегратора на “стрибок” вхідної напруги.

Порівняємо амплітудно-фазочастотні характеристики RC – кола і ідеального інтегратора. Для цього запишемо коефіцієнт передачі RC – кола (рис. 2.4) в операторній формі:

$$K(p) = \frac{(1/pC)}{(R + 1/pC)} = \frac{1}{1 + p\tau} \quad (2.7)$$

Для ідеального інтегратора $p\tau \gg 1$ і

$$K(p) = \frac{1}{p\tau} \quad (2.8)$$

При переході $p \rightarrow jw$, маємо

$$K(jw) = \frac{1}{1 + jw\tau} \text{ і } |K| = 1/\sqrt{1 + (w\tau)^2}, \varphi = -\text{arctg}(w\tau).$$

Для ідеального інтегратора:

$$K(jw) = \frac{1}{jw\tau}, |K| = 1/(w\tau), \varphi = -90^\circ.$$

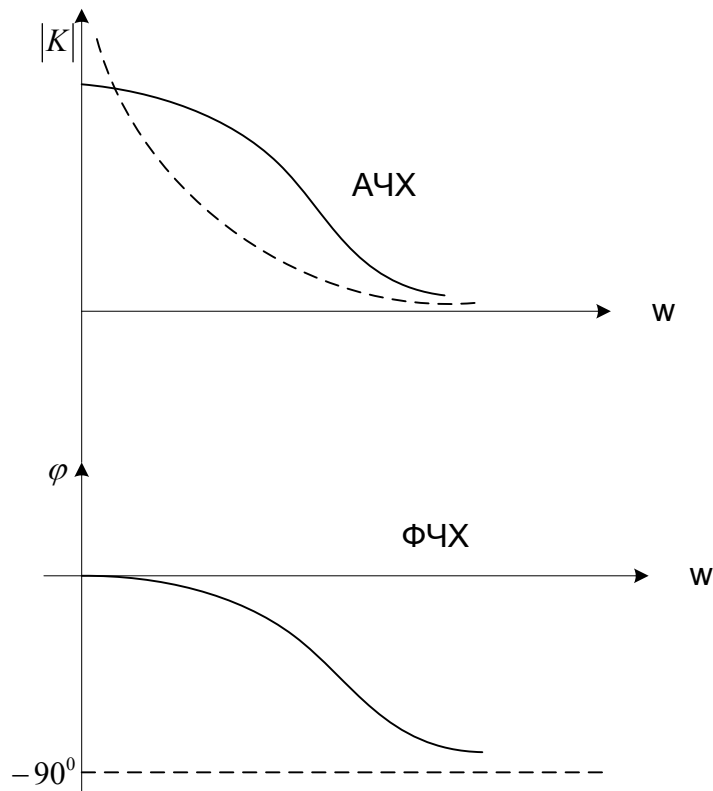


Рисунок 2.6 - Амплітудно-частотна (АЧХ) і фазочастотна (ФЧХ) характеристики RC – кола і ідеального інтегратора (пунктирні лінії)

Таблиця 2.1 Порівняння характеристик RC – кола з ідеальним інтегратором.

Параметр характеристики	Ідеальний інтегратор	RC – коло ($\tau = RC$)
Реакція на “стрибок” вхідної напруги	$U_{\text{ex}} \cdot \frac{t_{\text{инт}}}{\tau}$	$U_{\text{ex}} (1 - e^{-t_{\text{инт}}/\tau}) = U_{\text{ex}} \left(\frac{t_{\text{инт}}}{\tau} - \frac{t_{\text{инт}}^2}{2\tau^2} \right) + \dots$
Похибка інтегрування	$\gamma_{\text{инт}} = 0$	$\gamma_{\text{инт}} \% \approx -50 t_{\text{инт}} / \tau$
Амплітудно-частотна характеристика	$1/(w\tau)$	$ K = 1/\sqrt{1+(w\tau)^2}$
Фазо-частотна характеристика	$\varphi = -90^\circ$	$\varphi = -\text{arctg}(w\tau)$

Результати аналізу представлені на рисунках 2.5, 2.6 і табл. 2.1.

2.3 Інтегрування одиночного імпульсу

Розглянемо випадок, коли на вхід інтегруючого кола подано одиничний імпульсний сигнал (рис. 2.7 а). Його можна зобразити у вигляді суми двох одиночних сигналів (рис. 2.7 б):

$$U_1(t) = U_m \cdot 1(t) \text{ та } U_2(t) = -U_m \cdot 1(t - t_i),$$

тобто

$$U_{\text{ex}}(t) = U_m \cdot 1(t) - U_m \cdot 1(t - t_i)$$

Враховуючи, що інтегруюче коло лінійне, напругу на його виході можна зобразити у вигляді суми двох сигналів (рисунок 2.7, в):

$$\varphi_1(t) = KU_m(t) \cdot 1(t) \text{ та } \varphi_2(t) = -KU_m(t - t_i) \cdot 1(t - t_i),$$

тобто

$$U_{\text{вих}} = KU_m(t) \cdot 1(t) - KU_m(t - t_i) \cdot 1(t - t_i).$$

У реальному інтегруючому RC – колі вихідна напруга визначається процесом заряду та розряду конденсатора й може бути зображена також у вигляді суми двох сигналів ψ_1 та ψ_2 (рис. 2.8, г)

$$U_{\text{вих}}(t) = U_m \left[1 - e^{-t/\tau} \right] \cdot 1(t) - U_m \left[1 - e^{-(t-t_i)/\tau} \right] \cdot 1(t - t_i).$$

Абсолютну похибку інтегрування на інтервалі $0 \dots t_i$ можна представити, як

$$\Delta U_{\text{aux}}(t) = U_m \left(1 - e^{-t/\tau} \right) - [U_m(t/\tau)].$$

Розклавши $e^{-t/\tau}$ в ряд, одержимо

$$\Delta U_{\text{aux}}(t) = U_m \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{2\tau} - \dots \right) \right] - [U_m(t/\tau)] \approx -U_m \frac{t^2}{2\tau^2}.$$

Із цього рівняння видно, що похибка інтегрування максимальна при $t=t_i$ і тим менша, чим більше $\tau=RC$ і менша тривалість імпульсу.

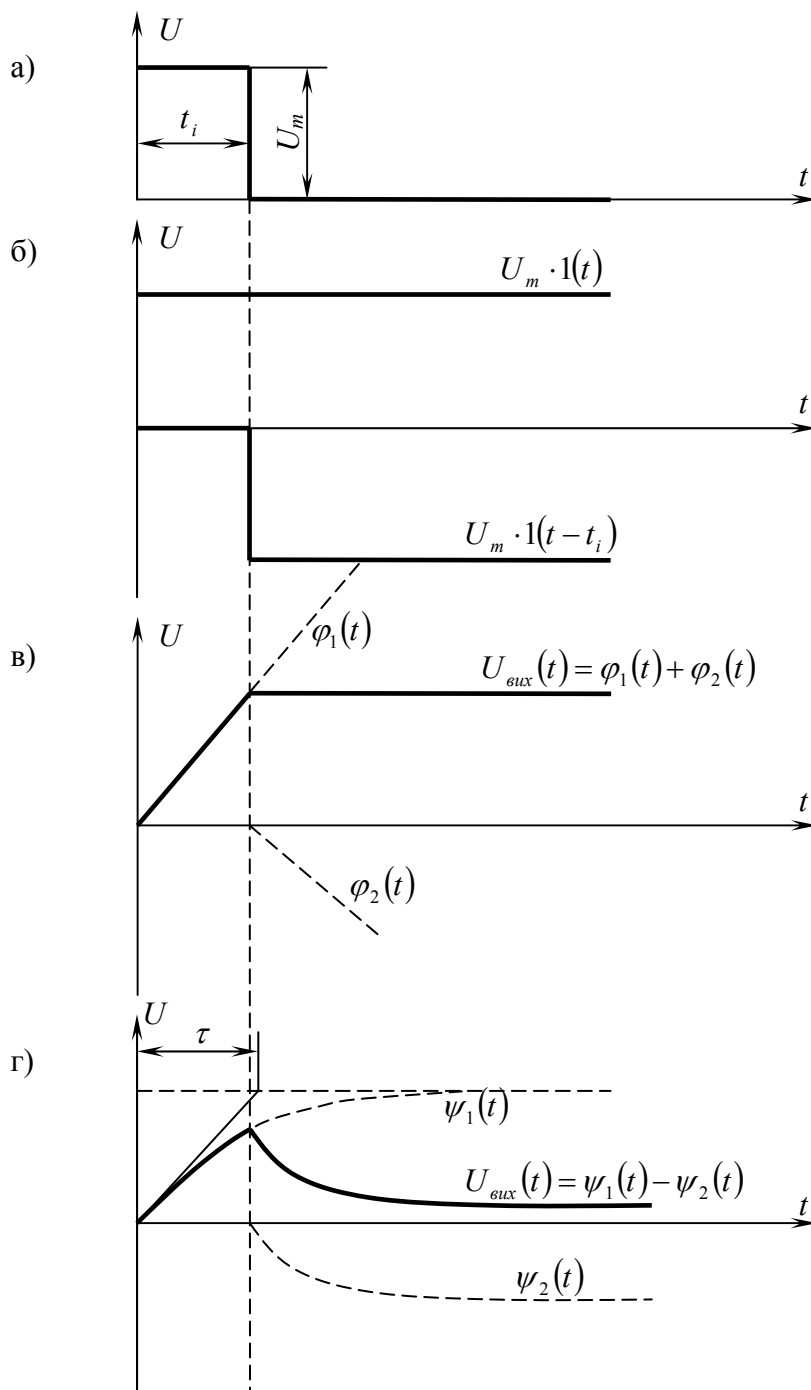


Рисунок 2.7 - Інтегрування одиночного імпульсу.

2.4 Вплив зовнішніх елементів на операції інтегрування

У реальних пристроях інтегруюче RC - коло взаємодіє з зовнішніми елементами, до яких відносяться навантаження і джерело вхідної напруги. Важливо оцінити вплив цих елементів на операцію інтегрування. Уже відомо, що інтегрування тим краще, чим більше стала часу τ , і чим менший час інтегрування (спостереження). Виходячи з цього можна зробити такі висновки:

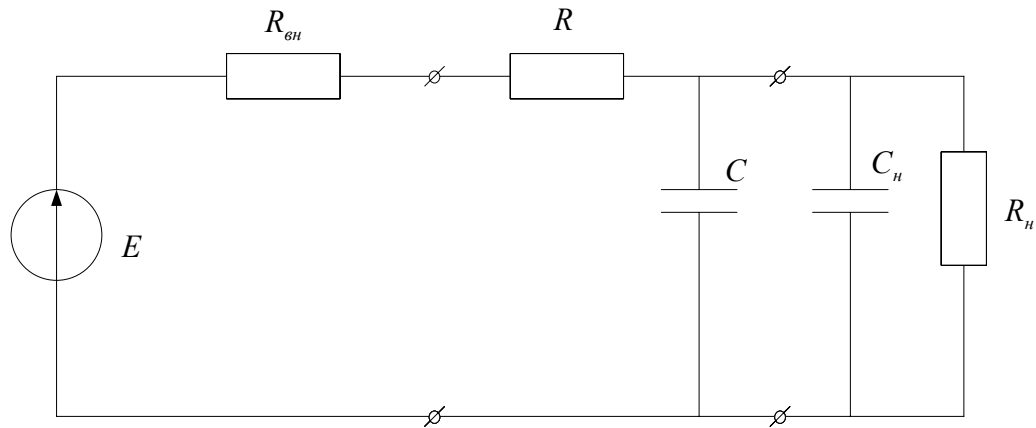


Рисунок 2.8 - RC – коло в реальній схемі.

$R_{вн}$ – покращує операцію інтегрування., але зменшує амплітуду вихідного сигналу $U_{вих}$.

C_n – покращує операцію інтегрування.

R_n – погіршує операцію інтегрування, зменшується амплітуда.

2.5 Підвищення точності інтегрування

Більш висока точність інтегрування необхідна при створенні аналогових обчислювальних пристроїв, для зменшення впливу завад на у вимірювальній техніці, для підвищення точності випромінювань. З цією метою застосовують схему на операційному підсилювачі (рис. - 2.9).

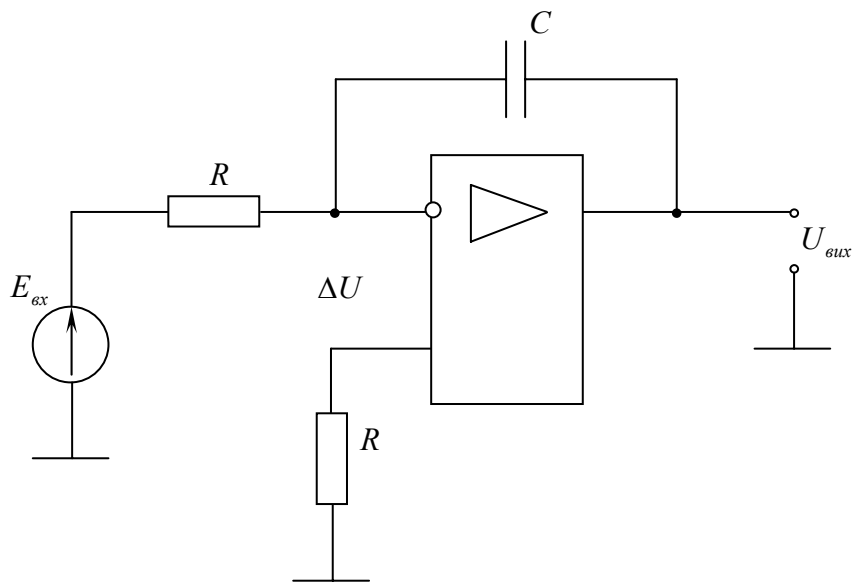


Рисунок 2.9 - Інтегратор на операційному підсилювачі.

Знайдемо вихідну напругу даної схеми, використовуючи метод суперпозиції:

$$\Delta U = \Delta U' + \Delta U'' ,$$

$$\text{де } \Delta U' = E_{\text{ex}} \frac{1/pC}{1/pC + R} \text{ і } \Delta U'' = U_{\text{вих}} \frac{R}{R + 1/pC} .$$

Вихідна напруга:

$$U_{\text{вих}} = -\Delta U \cdot K_{\text{оп}} ,$$

де $K_{\text{оп}}$ – коефіцієнт підсилення операційного підсилювача.

Після підстановки отримаємо вираз для вихідної напруги:

$$\begin{aligned} U_{\text{вих}} &= -\Delta U \cdot K_{\text{оп}} = -E_{\text{ex}} \frac{K_{\text{оп}}}{1 + p\tau} - U_{\text{вих}} \frac{p\tau}{1 + p\tau} K_{\text{оп}} = \\ &= -\frac{E_{\text{ex}} \frac{K_{\text{оп}}}{1 + p\tau}}{1 + K_{\text{оп}} \frac{p\tau}{1 + p\tau}} = -E_{\text{ex}} \frac{K_{\text{оп}}}{1 + p\tau(1 + K_{\text{оп}})} . \end{aligned}$$

Прийнявши, що $1 + K_{\text{оп}} \approx 1$ та $\tau_{\text{екв}} = K_{\text{оп}} RC$ отримаємо вирази для похибки і вихідної напруги, відповідно до виразів (2.6) і (2.5).

Для ідеального інтегратора, враховуючи інвертування сигналу операційним підсилювачем $U_{\text{вих.ю}} = -E_{\text{ex}} \frac{t_{\text{інт}}}{RC} = -E_{\text{ex}} \frac{K_{\text{оп}} t_{\text{інт}}}{K_{\text{оп}} RC} = -E_{\text{ex}} \frac{K_{\text{оп}} t_{\text{інт}}}{\tau_{\text{екв}}} .$

Тому аналогічно до виразу (2.6) для інтегратора на операційному підсилювачі відносна похибка інтегрування виглядає, як

$$\gamma, \% \approx -50 \frac{t_{\text{інт}}}{K_{\text{оп}} RC}$$

Таким чином використання операційного підсилювача з RC – колом дозволяє суттєво зменшити в $K_{оп}$ раз похибку інтегрування. Все ж залишаються деякі похибки:

- 1- від кінцевого значення $K_{оп}RC$;
- 2- від не лінійності ОП;
- 3- можливе насичення ОП
- 4- похибка від дрейфу нуля ОП (дрейф від напруги і дрейф від струму).

Не зважаючи на все це, реальні похибки активних інтеграторів за схемою рис. 2.9 сягають $(0,01 \div 0,001)\%$.

2.6. Додаток. Довідкова таблиця математичних перетворень.

Ряд Тейлора:

$$f(x) = f(a) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k$$

У випадку, коли $a = 0$, називається рядом Маклорена:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} (x)^k$$

Ряд Маклорена для деяких функцій:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \text{ для } |x| < 1$$

Біноміальне розкладання:

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n, \text{ для } |x| < 1$$

де:

$$\binom{\alpha}{n} = \prod_{k=1}^n \frac{\alpha - k + 1}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}$$

Зокрема:

$$\frac{1}{1+x} = (1+x)^{-1} \approx 1-x$$

$$\frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1} \approx 1+x$$

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16}$$

Тригонометричні функції:

$$\sin(x) \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

$$\cos(x) \approx 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}$$

$$\operatorname{tg}(x) \approx x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15}, \text{ для } |x| < \frac{\pi}{2}$$

2.7. Контрольно-навчальний тест до лекції 2.

Питання 2.1

Яка реакція інтегратора на “стрибок” вхідної напруги?

Вибір правильної відповіді

- 1- квадратично - зростаюча напруга;
- 2- лінійно - зростаюча напруга.

Питання 2.2

Яка реакція інтегратора на лінійно-зростаючу напругу?

Вибір правильної відповіді

- 1- квадратично - зростаюча напруга;
- 2- лінійно - зростаюча напруга.

Питання 2.3

Що необхідно робити для зменшення похибки інтегрування (рис. 2.4)?

Вибір правильної відповіді

- 1- збільшувати час інтегрування і зменшувати сталу часу;
- 2- збільшувати сталу часу і зменшувати час інтегрування.

Питання 2.4

Для ідеального інтегратора АЧХ і ФЧХ це:

Вибір правильної відповіді

- 1- експоненціальна АЧХ і постійна ФЧХ;
- 2- гіперболічна АЧХ і $\varphi = -90^\circ$.

Питання 2.5

При інтегруванні одиночного імпульсу як змінюється вихідна напруга ідеального інтегратора?

Вибір правильної відповіді

- 1- лінійно – зростаюча напруга ;
- 2- спочатку лінійно – зростаюча напруга, а потім постійна;
- 3- лінійно – зростаюча напруга, а потім лінійно – спадаюча.

Питання 2.6

Вибір правильної відповіді

При інтегруванні одиночного імпульсу збільшення сталої часу призводить...

Питання 2.7

Як впливають зовнішні елементи (рис. 2.8) на операцію інтегрування?

Питання 2.8

У скільки разів зменшується похибка інтегрування у схемі рис. 2.9 відносно пасивного RC - кола?

Питання 2.9

На скільки відрізняються за розміром вихідні напруги при однакових “стрибках” напруги на входах пасивного і активного інтеграторів (RC - однакові).?

Питання 2.10

Розрахуйте R, C - параметри активного інтегратора.

Дано: $K_{on} = 10000$, $t_{imm} = 0.1$ с ,

$\gamma_{imm} = 0.1\%$, $R_{ex} = 10$ кОм. Знайти

вихідну напругу інтегратора в момент $t_{imm} = 0.1$ с при “стрибку” вхідної напруги 0,1В.

- 1- до зменшення амплітуди вихідної напруги і підвищення точності інтегрування;
- 2- до зменшення точності інтегрування і збільшення амплітуди вихідної напруги.

Вибір правильної відповіді

- 1- $R_{вн}, C_n$ погіршують операцію інтегрування;
- 2- R_n покращує операцію інтегрування;
- 3- $R_{вн}, C_n$ покращують, а $R_{||}$ погіршує операцію інтегрування.

Вибір правильної відповіді

- 1- у відповідності до коефіцієнта підсилення операційного підсилювача;
- 2- у відповідності до часу інтегрування.

Вибір правильної відповіді

- 1- відрізняються суттєво відповідно до K_{on} ;
- 2- майже не відрізняються.

Вибір правильної відповіді

- 1- $C=5 \cdot 10^{-3}$ Ф, $U_{вих}=2$ В;
- 2- $C=5 \cdot 10^{-7}$ Ф, $U_{вих}=2$ В;
- 3- $C=5 \cdot 10^{-5}$ Ф, $U_{вих}=2$ В.